Lösung zur Hausaufgabe 22.10.2009

Bestimmen Sie die Anzahl der mit $B = \{1\}$ unvereinbaren Ereignisse (für gegebenen Ergebnisraum Ω).

- $\Omega = \{1, 2, 3\}, \qquad B = \{1\} \subseteq \Omega$

  Nicht vereinbar mit B: $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{2, 3\}$ (Anzahl: 4)

- $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}, \qquad B = \{1\} \subseteq \Omega$

  Nicht vereinbar mit B:
  $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{2, 3, 4\}$ (Anzahl: 8)

- $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{1\} \subseteq \Omega$

  Nicht vereinbar mit B:
  $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}, \{3, 4, 5\}, \{2, 3, 4, 5\}$ (Anzahl: 16)

Allgemein: Wenn $|\Omega| = n$ ist, gibt es 2^n verschiedene Ereignisse (Teilmengen von Ω). Die Hälfte dieser Ereignisse enthalten 1 und sind darum mit $B = \{1\}$ vereinbar. Die andere Hälfte enthalten 1 nicht und sind darum mit B unvereinbar – also 2^{n-1} unvereinbare Ereignisse.

$n = 3 : 2^{n-1} = 4$
$n = 4 : 2^{n-1} = 8$
$n = 5 : 2^{n-1} = 16$
$n = 6 : 2^{n-1} = 32$